

النهايات - الاشتقاقية

Limites – Dérivésتمرين 3

باستعمال التحليل ثم الاختزال، احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} \quad .2 \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-4x^2 + 20x}{x - 5} \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3 + 4x^2 - x - 3}{x + 1} \quad .4 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 3x - 7}{x^2 + 2x - 3} \quad .3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 - x - 2} \quad .6 \quad \lim_{x \rightarrow -2} \left(2 + \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \right) \quad .5$$

$\frac{1}{3}$	-1	-3	$\frac{11}{4}$	8	-20
---------------	----	----	----------------	---	-----

تمرين 4

باستعمال عبارة المرافق، احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}) \quad .2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2+1} + 2x}{x^2 + x} \quad .4 \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x - 2} \quad .3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-x}) \quad .6 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{x+8} - 3} \quad .5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-6x+1} + x + 2) \quad .8 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x\sqrt{x} - 1}{x^2 + x - 2} \quad .7$$

5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0
---	---------------	---------------	----------------	----------------	---	---	---

تمرين 5

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin x} \quad .3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x} \quad .2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + \sin x} \quad .5 \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sin(4x-2)}{2x-1} \quad .4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x} \quad .7 \quad \lim_{\substack{x \rightarrow \pi \\ x > \pi}} \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \quad .6$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad .9 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x \sin \frac{1}{x}} \quad .8$$

$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	3	2	α	2	1
---------------	---	----------------	-----------	---	---	----------	---	---

تمرين 1

احسب النهايات للدالة f عند حدود مجموعة تعريفها D_f في كل حالة من الحالات التالية:

$$D_f =]-\infty; +\infty[\quad f(x) = -x^3 + 2x^2 \quad .1$$

$$D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[\quad f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x - 2} \quad .2$$

$$D_f =]-\infty; \frac{3}{4}[\cup]\frac{3}{4}; +\infty[\quad f(x) = 1 + \frac{3 + 4x}{3 - 4x} \quad .3$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1; 5\} \quad f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x^2 - 4x - 5} \quad .4$$

$$D_f =]-\infty; 4[\cup]4; +\infty[\quad f(x) = \frac{3}{(x-4)^2} \quad .5$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\} \quad f(x) = 1 + \frac{3x}{1 - 4x^2} \quad .6$$

$$D_f =]3; +\infty[\quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} \quad .7$$

تمرين 2

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - 1} \quad .2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 7x - 3}{2x^2 - 3x + 2} \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{3x^3}{(x+1)^2} \right) \quad .4 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x + 1 - \frac{4}{x} \right) \quad .3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 5}{-2x + 4} \quad .6 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 7x - 3}{x^2} \quad .5$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) \quad .8 \quad \lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x > -3}} \frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 3x} \quad .7$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{x^2 + 4x}) \quad .10 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 9}}{x} \quad .9$$

$+\infty$	$-\sqrt{3}$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0	2
-----------	-------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	---	---

تمرين 6

احسب النهايات التالية باستعمال مبرهنة المقارنة:

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1 + \sin x) \quad 2. \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \sin 2x)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + x \cos x) \quad 4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2 - \sin x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin(x+1)}{x^2 + 1} \quad 6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos^2 x}{1 + x}$$

2	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
---	---	-----------	-----------	-----------	-----------

تمرين 7

$$f \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} - \{3\} \text{ بـ: } f(x) = \frac{-x^2 + 5x + 5}{x - 3}$$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

(1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل $x \neq 3$ فإن: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$.

(2) احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .(3) بيّن أن $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.(4) ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمسقيم المقارب المائل (Δ) .

$$c = 11, b = 2, a = -1$$

تمرين 8

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{2x^3 - 11x^2 + 25x - 27}{x^2 - 4x + 4}$$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.(1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d بحيث من أجل كل

$$\text{عدد } x \neq 2 \text{ فإن: } f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2} + \frac{d}{(x - 2)^2}.$$

(2) احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .(3) بيّن أن $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.(4) ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمسقيم المقارب المائل (Δ) .

$$d = -5, c = 5, b = -3, a = 2$$

تمرين 9

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - 2x + 1$$

(1) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

$$(2) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-3x + 2)] \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x)$$

استنتج وجود مستقيمين مقاربين للمنحني $(\mathcal{C})$ الممثل للدالة f .

تمرين 10

$$f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} - \{-1; 1\} \text{ بـ: } f(x) = \frac{x^4 - 2x + 3}{x^2 - 1}$$

$$g \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ: } g(x) = x^2 + 1.$$

(1) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد

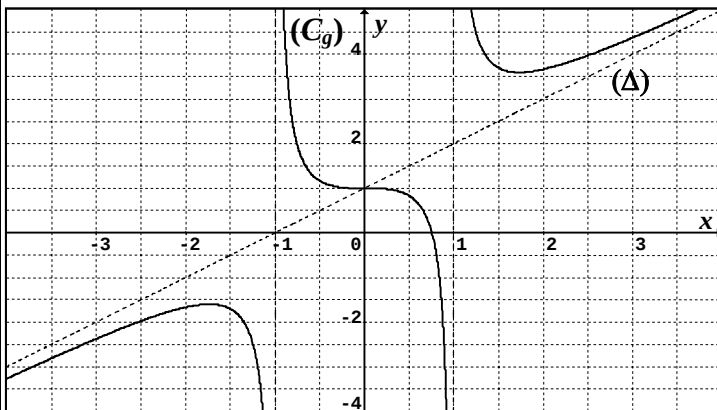
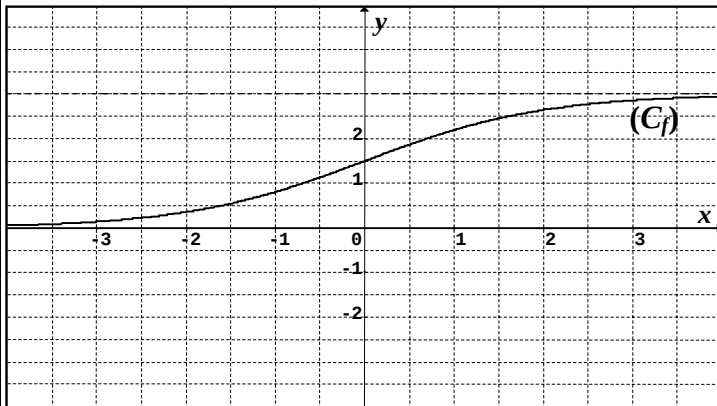
$$\text{حقيقي } x \text{ يختلف عن } -1 \text{ و } 1, f(x) = g(x) + \frac{ax + b}{x^2 - 1}.$$

$$(2) \text{ احسب } \lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] \text{ ثم فسّر بياننا النتيجة.}$$

(3) ادرس وضعية منحني الدالة f بالنسبة لمنحني الدالة g .

$$b = 4, a = -2$$

تمرين 11

إليك البيانين للدالتين f و g الموضّحين في الشكلين أسفله:

(1) بقراءة بيانية عيّن مجموعة تعريف كل دالة.

(2) خمن النهايات عند حدود مجال تعريف كل دالة.

(3) عيّن المستقيمات المقاربة لكل منحني واكتب معادلاتها.

(4) ادرس وضعية (C_g) بالنسبة لمستقيميها المقارب المائل (Δ) .(5) ما هو عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$ ؟ علّل.(6) حل بياننا المتراجحة $g(x) \geq 1$.

تمرين 12

f و g الدالتان العدديتان المعرفتان على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x^2 - 4|x| + 1 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{x}{|x| + 1}$$

(1) بيّن أنّ الدالة f زوجية، وأنّ الدالة g فردية.

(2) ادرس قابلية اشتقاق الدالتين f و g عند $x_0 = 0$.

$$g'_g(0) = g'_d(0) = 1 \quad f'_g(0) = 4 ; f'_d(0) = -4$$

تمرين 13

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1} & x > 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 + 3} & x \leq 1 \end{cases}$$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

(2) استنتج أنّ الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 1$.

$$f'_g(1) = 0,5 ; f'_d(1) = 0$$

تمرين 14

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{|x^2 - 4|}{x + 2} & x \neq -2 \\ f(-2) = -4 \end{cases}$$

(1) ادرس إشارة $(x^2 - 4)$ ثم عزّف f دون رمز القيمة المطلقة.

(2) بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x + 6}{x + 2} = +\infty$

وأنّ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = 1$ ماذا تستنتج؟

تمرين 15

α عدد حقيقي. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 3x + \alpha}{2} & x \leq 0 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} & x > 0 \end{cases}$$

(1) نضع $\alpha = 1$. بيّن أنّ $f'_g(0) = -3/2$ و $f'_d(0) = -1/8$.

(2) عيّن قيمة العدد α حتى تكون f مستمرة عند $x_0 = 0$.

تذكير: إثبات الاستمرارية عند x_0 يعني: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

تمرين 16

إليك الدالة f ومجموعة تعريفها D_f . تأكد من عبارة مشتق f ومجموعة قابلية الاشتقاق $D_{f'}$ ، في كل حالة مما يلي:

$f'(x) = 6x^2 - 6x$	$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$	1
$D_{f'} = \mathbb{R}$	$D_f = \mathbb{R}$	
$f'(x) = 6x(x^2 - 1)^2$	$f(x) = (x^2 - 1)^3$	2
$D_{f'} = \mathbb{R}$	$D_f = \mathbb{R}$	
$f'(x) = \frac{20(x+1)}{(x^2 + 2x + 5)^2}$	$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 5}{x^2 + 2x + 5}$	3
$D_{f'} = \mathbb{R}$	$D_f = \mathbb{R}$	
$f'(x) = \frac{3x^2 - 12x - 2}{2(x-2)^2}$	$f(x) = \frac{3x^2 + 3x - 4}{2x - 4}$	4
$D_{f'} = \mathbb{R} - \{2\}$	$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$	
$f'(x) = \frac{-8}{(x+2)^3}$	$f(x) = \frac{4}{(x+2)^2}$	5
$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-2\}$	$D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$	
$f'(x) = \frac{-8\cos x}{(\sin x + 2)^3}$	$f(x) = \frac{4}{(\sin x + 2)^2}$	6
$D_{f'} = \mathbb{R}$	$D_f = \mathbb{R}$	
$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-6}}$	$f(x) = \sqrt{3x-6}$	7
$D_{f'} =]2; +\infty[$	$D_f = [2; +\infty[$	
$f'(x) = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{2 + \cos 2x}}$	$f(x) = \sqrt{2 + \cos 2x}$	8
$D_{f'} = \mathbb{R}$	$D_f = \mathbb{R}$	
$f'(x) = \frac{1 - 2x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$	$f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$	9
$D_{f'} =]-1; 1[$	$D_f = [-1; 1]$	
$f'(x) = 3\pi \cos \pi x \cdot \sin^2 \pi x$	$f(x) = \sin^3(\pi x)$	10
$D_{f'} = \mathbb{R}$	$D_f = \mathbb{R}$	
$-2x - 4$ أو $2x + 4$	$f(x) = x^2 + 4x - 5 $	11
$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-5; 1\}$	$D_f = \mathbb{R}$	

تمرين 17

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} \quad 2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{2x^2+3x}-3}{x+3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt{4x+1}-6}{x-2} \quad 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x \cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \quad 6. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan x}{x - \pi}$$

1	$-\pi$	0	$\frac{13}{3}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{4}$
---	--------	---	----------------	----------------	---------------

تمرين 18

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{x+2}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

(1) بين أن $f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 2\alpha - \beta}{(x+2)^2}$ لما $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

(2) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يقبل المنحنى $(\mathcal{C})$ عند النقطة $(1, -3)$ مماسا معامل توجيهه $\frac{2}{3}$.

(3) نعتبر: $\alpha = -3$ و $\beta = -7$. ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -3$.

تمرين 19

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x - 3}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

(1) بين أن $f'(x) = \frac{2x^2 - 6x}{(2x-3)^2}$ من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$.

(2) بين أن المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل عند نقطتين A و B مماسين ميل كل منهما يساوي -4. اكتب عندئذ معادلة كل مماس عند نقطتي التماس A و B.

(3) عين نقطتين C و D من $(\mathcal{C})$ بحيث يقبل عندهما المنحنى $(\mathcal{C})$ مماسا يشمل النقطة $(-3, \frac{4}{25})$.

$(-1, \frac{4}{5}) ; (-21, -\frac{44}{5})$	$y = -4x + 4$ $y = -4x + 13$	$(1, 0), (2, 5)$
--	---------------------------------	------------------

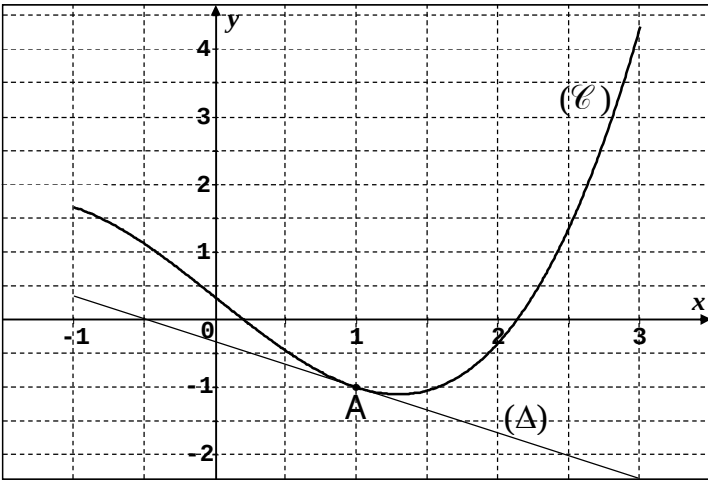
تمرين 20

(1) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$

عين الأعداد الحقيقية a, b و c ($a \neq 0$) بحيث المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد يشمل النقطة $(0, 3)$ ويقبل مماسا في النقطة $(\frac{5}{4}, -\frac{1}{8})$ موازيا لحامل محور الفواصل.

(2) الدالة g معرفة على $[-1; 3]$ بـ: $g: x \mapsto \frac{x^3 + \alpha x + \beta}{3}$

الشكل أسفله يمثل المنحنى $(\mathcal{C})$ للدالة g المعرفة والقبالة للاشتقاق على $[-1; 3]$. (Δ) مماس لـ $(\mathcal{C})$ عند النقطة A.



(أ) عين بيانيا قيمتي $g(1)$ و $g'(1)$ ، واستنتج قيمتي α و β .

(ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند النقطة A.

(ج) ارسم بياني الدالتين $(-g)$ و $|g|$ على المجال $[-1; 3]$.

$y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$	$\beta = 1 ; \alpha = -5$	$c = 3, b = -5, a = 2$
-----------------------------------	---------------------------	------------------------

تمرين 21

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + mx + 1$ ، حيث

m وسيط حقيقي، وليكن $(\mathcal{C}_m)$ تمثيلها البياني.

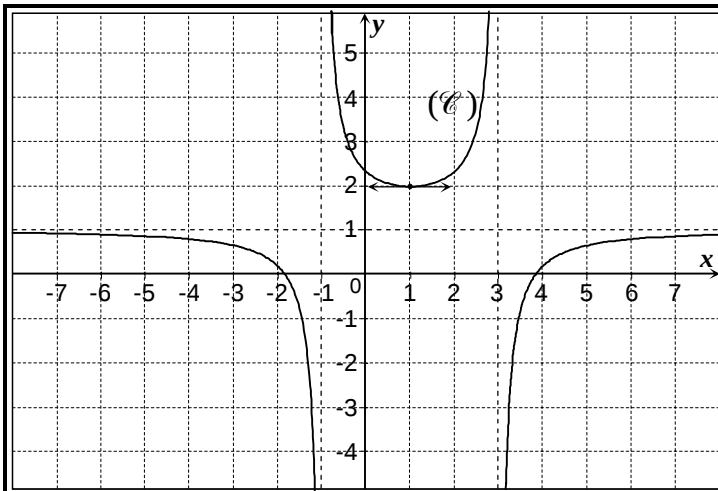
(1) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_m)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

(2) أدرس حسب قيم m وجود وعدد القيم الحدية للدالة f .

(3) أدرس حسب قيم m وضعية $(\mathcal{C}_m)$ بالنسبة لـ $(\mathcal{C}_{m^2})$.

(4) عين قيمة m حتى يقبل المنحنى الممثل للدالة f مماسا معادلته $y = 3x + 1$ عند $x_0 = 0$.

$m = 3$	$(0, 1)$
---------	----------



تمرين 22

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f: x \mapsto x^3 + 3x^2 + 5x + 1$

(1) ادرس تغيرات الدالة f واستنتج أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $I = [-1; 0]$.

(2) هل المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلولاً أخرى في $\mathbb{R}$ ؟

(3) استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

تمرين 23

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-2; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ:

$$f: x \mapsto \frac{1}{x-1} - \sqrt{x+2}$$

(1) احسب النهايات عند حدود مجالي تعريف الدالة f .

(2) بين أن f متناقصة على D_f ثم أنشئ جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$10^{-1} < \alpha < 1. \text{ أعط حصرًا للعدد } \alpha \text{ سعته } 10^{-1}.$$

(4) استنتج إشارة $f(x)$ على $[-2; 1[\cup]1; +\infty[$.

تمرين 24

الدالة f معرفة على $[-2; 3]$ بـ: $f: x \mapsto x^3 - 3x + 1$

(1) أنشئ جدول تغيرات f واستنتج عدد حلول المعادلات:

$$f(x) = 0 \quad (\text{أ}) \quad f(x) = 5 \quad (\text{ب}) \quad f(x) = -5 \quad (\text{ج})$$

(2) ادرس اتجاه تغير g المعرفة على $[0; 9]$ بـ: $g(x) = f(\sqrt{x})$.

تمرين 25

الدالة f معرفة على $D = [1; 3]$ بـ: $f(x) = \frac{8}{(x+1)^2}$

(1) أنشئ جدول تغيرات f ثم استنتج حصرًا للعدد $f(x)$.

(2) أنشئ جدول تغيرات كل من f^2 و $\frac{1}{f}$ على $[1; 3]$.

تمرين 26

الدالة f معرفة على المجال D . أعط حصرًا للعدد $f(x)$

(من دون دراسة التغيرات) في كل حالة من الحالات التالية:

$$D = \left[-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right] \quad f(x) = x^2 + 3x \quad 1.$$

$$D = [-3; 0] \quad f(x) = \sqrt{2-3x} \quad 2.$$

$$D = [2; 3] \quad f(x) = \frac{-3}{x(x-1)^2} \quad 3.$$

تمرين 27

إليك البيان (C) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 3\}$.

(1) خمن النهايات عند حدود مجال تعريف الدالة f .

(2) عيّن $f(1)$ و $f'(1)$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

(3) ليكن α عدد حقيقي سالب وليكن β عدد حقيقي موجب.

أعط حصرًا بعددين صحيحين متتابعين للعديدين α و β

بحيث $f(\alpha) = 0$ و $f(\beta) = 0$ ثم ادرس إشارة $f(x)$.

(4) عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c و d بحيث من أجل كل

$$\text{عدد } x \text{ من } D_f \text{ فإن: } f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}$$

(5) عيّن بيانًا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث المعادلة

$$f(x) = m \text{ تقبل حلين متمايزين. تحقق من ذلك حسابيا.}$$

$$d = -3, c = -2, b = -7, a = -2$$

تمرين 28

لتكن f دالة عددية و (C) تمثيلها البياني، بين أن $x = \alpha$

محور تناظر لـ (C) في كل حالة من الحالات التالية:

$$\alpha = 2 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 7}{x^2 - 4x + 3} \quad (1)$$

$$\alpha = 1 \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} \quad (2)$$

$$\alpha = 3 \quad f(x) = 2x^2 - 12x + 2|x-3| - 7 \quad (3)$$

تمرين 29

لتكن f دالة عددية و (C) تمثيلها البياني، بين أن النقطة ω

مركز تناظر لـ (C) في كل حالة من الحالات التالية:

$$\omega(0, -2) \quad f(x) = x^3 - 3x - 2 \quad (1)$$

$$\omega(1, 6) \quad f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x-1} \quad (2)$$

$$\omega(-\pi, 0) \quad f(x) = [x + \pi + \tan 3x] \cos x \quad (3)$$